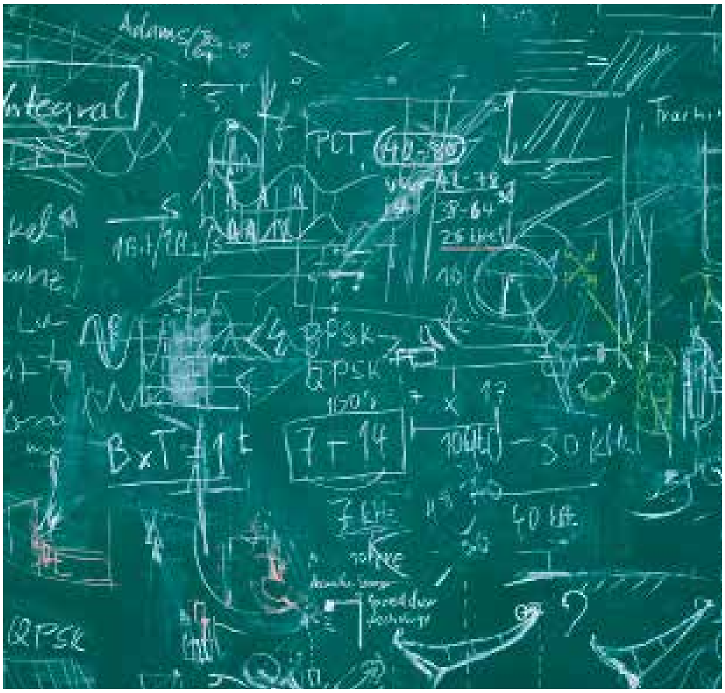
ნანა ჯაფარიძე • მაია წილოსანი • ნანი წულაია
• ნინო გულუა • გიორგი ძაგანია

მათემატიკა 12

მოსწავლის წიგნი

გრიფი მიენიჭა ს.ს.ი.პ განათლების ხარისხის განვითარების ეროვნული ცენტრის მიერ
(ბრძანება N 375, 18.05.2012).



ბაკურ სულაკაურის
გამომცემლობა

ს ა რ ჩ ე ვ ი

როგორ ვისარგებლოთ წიგნით

წიგნზე მუშაობა რომ გაგიადვილდეთ, მიზანშეწონილად ჩავთვალეთ გაგაცნოთ წიგნის აგებულება.

წიგნი შედგება თავებისაგან, ხოლო თითოეული თავი — პარაგრაფებისგან. ყოველ თავში მოცემულია ტესტები რუბრიკით „შეამოწმე შენი ცოდნა“. ტესტებზე მუშაობა დაგეხმარებათ თვითშემოწმებასა და შესწავლილი მასალის განმტკიცებაში. წიგნში განმარტებები დაბეჭდილია მუქი შრიფტით, ხოლო თვისებები, ფორმულები, ზოგიერთი საჭირო დასკვნა — ფერად ფონში.

თითქმის ყოველ თავში მოცემულია ამ თავში გადმოცემულ მასალასთან დაკავშირებული საინტერესო თემა.ყოველ პარაგრაფში შეხვდებით ზოგიერთს შემდეგი ნიშნებიდან:

– უმარტივესი კითხვები, რომელთაც ახალი მასალის ახსნის პროცესში თავად მოსწავლემ უნდა გასცეს პასუხი;

- წყვილებში სამუშაო;

* - შედარებით რთული ამოცანა;

- სავარჯიშოები, რომელიც ემსახურება გავლილი მასალის გამეორებას;

წიგნის ბოლოს მოცემულია საგნობრივი საძიებელი და შემოკლებული აღნიშვნებისთვის გამოყენებული მათემატიკური ნიშნები. გთავაზობთ აგრეთვე ზომის ერთეულებს, ლათინურ და ბერძნულ ანბანს, ამოცანების პასუხებს, დამხმარე ლიტერატურის ჩამონათვალს.

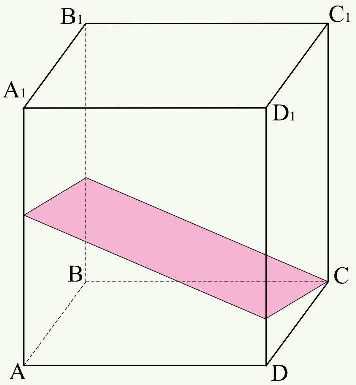
გისურვებთ წარმატებებს!

ამ თავში თქვენ გაეცნობით პრიზმისა და პირამიდის, ცილინდრის, კონუსისა და ბირთვის მოცულობასა და ზედაპირის ფართობს

შეძლებთ მოცემული მონაცემების მიხედვით გამოთვალოთ მრავალწახნაგებისა და ბრუნვითი სხეულების მოცულობა და ზედაპირის ფართობი.

I
თავი

1 მრავალკუთხედის ორთოგონალური გეგმილის ფართობი

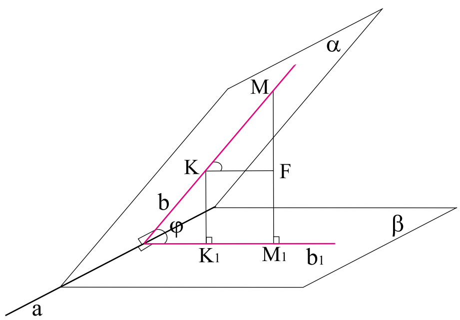


1. მართკუთხა პარალელეპიპედის ფუძის გვერდებია 50 სმ და 60 სმ. იპოვეთ პარალელეპიპედის სიბრტყით კვეთის ფართობი, თუ ეს სიბრტყე ფუძის სიბრტყესთან 60°-იან კუთხეს ქმნის.

2. იპოვეთ ნახაზზე მოცემული კვეთის ორთოგონალური გეგმილი პარალელეპიპედის ფუძის სიბრტყეზე.

ალბათ, გაგიჭირდათ მოცემული ამოცანის ამოხსნა. გავეცნოთ ზოგიერთ საინტერესო ფაქტსა და თეორემას.

$\widehat{(\alpha;\beta)}$-თი აღინიშნება: „კუთხე □ და □ სიბრტყეებს შორის

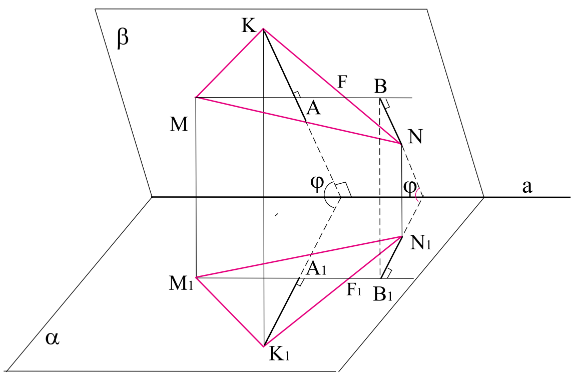


ნახ. 1

1-ელ ნახაზზე მოცემულია □ სიბრტყეში მდებარე b წრფე, ამასთან $b \perp a$. b_1 კი b-ს გეგმილია □ სიბრტყეზე. სამი მართობის თეორემის თანახმად $b_1 \perp a$. $\widehat{(\alpha;\beta)} \equiv \varphi$. b წრფეზე ავიღოთ MK მონაკვეთი. ΔMKF-ში, სადაც $KF \parallel K_1M_1$, მაგრამ $KF = K_1M_1$, ამიტომ $K_1M_1 = MK\cos\varphi$. ე.ი.

a წრფის მართობული MK მონაკვეთის და მისი M_1K_1 გეგმილისთვის სრულდება $M_1K_1 = MK\cos\varphi$ (1).
მიღებულის გამოყენებით დავამტკიცოთ შემდეგი თეორემა.

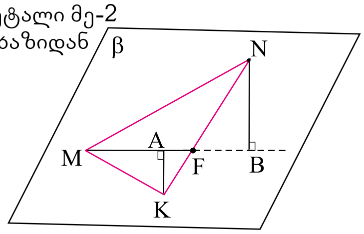
თეორემა: მოცემულ სიბრტყეზე მრავალკუთხედის ორთოგონალური გეგმილის ფართობი უდრის დასაგეგმილებელი მრავალკუთხედის ფართობისა და მრავალკუთხედისა და მისი გეგმილის სიბრტყეებს შორის კუთხის კოსინუსის ნამრავლს.



ნახ. 2

დამტკიცება: განვიხილოთ □ სიბრტყეში მდებარე MNK სამკუთხედის ორთოგონალური გეგმილი □ სიბრტყეზე — $\Delta M_1N_1K_1$. ვთქვათ □∩□=a და $\widehat{(\alpha;\beta)} = \varphi$, 0°<□<90°. თუ MNK სამკუთხედის წვეროებზე გავატარებთ a წრფის პარალე-

ლურ წრფეებს, მაშინ მათგან ერთ-ერთს ექნება საერთო წერტილი მოპირდაპირე გვერდთან. ვთქვათ, $MF \parallel a$ და $MF \cap NK = F$. დავუშვათ, $AK \perp MF$ და



$NB \perp MF$. A და B წერტილების გეგმილები □ სიბრტყეზე იქნება A_1 და B_1 წერტილები, MF მონაკვეთის გეგმილი M_1F_1-ია, თან $M_1F_1 = MF$. AK მონაკვეთის გეგმილი □ სიბრტყეზე A_1K_1 მონაკვეთია. რადგან $AK \perp MF$–ის და აქედან $AK \perp a$, ამიტომ $A_1K_1 \perp a$ და მაშასადამე $A_1K_1 \perp M_1F_1$ -ის. ამიტომ (1)-ის თანახმად $A_1K_1 = AK\cos\varphi$. ასევე შესაძლებელია ვაჩვენოთ, რომ $B_1N_1 = BN\cos\varphi$, სადაც B_1N_1 მონაკვეთი არის BN-ის გეგმილი □ სიბრტყეზე, აქედან, კი

$$S_{\Delta M_1N_1K_1} = S_{\Delta M_1N_1F_1} + S_{\Delta M_1K_1F_1} = \frac{1}{2}M_1F_1 \cdot N_1B_1 + \frac{1}{2}M_1F_1 \cdot A_1K_1 =$$

$$= \frac{1}{2}MF \cdot BN\cos\varphi + \frac{1}{2}MF \cdot AK\cos\varphi = S_{\Delta MNK}\cos\varphi$$

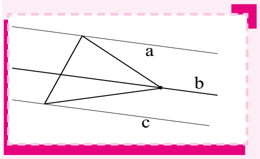
მივიღეთ $S_{\Delta M_1N_1K_1} = S_{\Delta MNK} \cdot \cos\varphi$.

რადგან ყოველი მრავალკუთხედი შესაძლებელია დაიყოს სამკუთხედებად, ამიტომ თეორემა მართებული იქნება მრავალკუთხედებისთვისაც.

ამრიგად,

$$\boxed{S_{\text{გეგ}} = S\cos\varphi}$$

სადაც S მოცემული მრავალკუთხედის ფართობია, $S_{\text{გეგ}}$ —კი მისივე გეგმილისა.



- მე-2 ნახაზის მიხედვით აჩვენეთ, რომ $MF \parallel M_1F_1$ და $MF = M_1F_1$.
- ამოხსენით პარაგრაფის დასაწყისში მოცემული პირველი ამოცანა.

სავარჯიშოები:

1. მართი პარალელეპიპედის ფუძის გვერდები 8 სმ და 10 სმ-ია. მათ შორის კუთხე კი 30°-ია. იპოვეთ პარალელეპიპედის იმ სიბრტყით კვეთის ფართობი, რომელიც კვეთს პარალელეპიპედის ოთხივე გვერდით წიბოს და ფუძის სიბრტყესთან 45°-იან კუთხეს ადგენს.

2. წესიერი ოთხკუთხა პრიზმის ფუძის ორი მოსაზღვრე გვერდის შუაწერტილებზე გავლებულია სიბრტყე, რომელიც ფუძის სიბრტყესთან ქმნის 60°-იან კუთხეს და გადაკვეთს სამ წიბოს. იპოვეთ ფუძის ფართობი, თუ კვეთის ფართობი 14 სმ²-ის ტოლია.

3. წესიერი სამკუთხა პრიზმის ფუძის ერთ გვერდზე გავლებულია მკვეთი სიბრტყე, რომელიც კვეთს მოპირდაპირე გვერდით წიბოს და ფუძის სიბრტყესთან ადგენს □ კუთხეს. ფუძის გვერდი ტოლია 3 სმ-ის. იპოვეთ კვეთის ფართობი, თუ $\cos\alpha = \frac{\sqrt{3}}{4}$.

4. წესიერი სამკუთხა პრიზმის ფუძის გვერდია $3\sqrt{2}$ სმ. იპოვეთ პრიზმის იმ სიბრტყით კვეთის ფართობი, რომელიც ფუძის ორი გვერდის შუაწერტილზე გადის და ფუძის სიბრტყესთან ადგენს 30°-იან კუთხეს, ამასთან ცნობილია, რომ კვეთის სიბრტყე პრიზმის მხოლოდ ერთ გვერდით წიბოს გადაკვეთს.

5. მართი სამკუთხა პრიზმის ფუძის ერთ გვერდზე გავლებულია სიბრტყე, რომელიც კვეთს მოპირდაპირე გვერდით წიბოს და ფუძის სიბრტყესთან ადგენს 45°-იან კუთხეს. ფუძის ფართობი არის Q. იპოვეთ კვეთის ფართობი.

6. მართი პრიზმის ფუძე ABC ტოლფერდა სამკუთხედია. AB=BC=14 სმ, AC=4 სმ. AC გვერდზე გავლებულია სიბრტყე, რომელიც ფუძის სიბრტყესთან 30°-იან ორწახნაგა კუთხეს ქმნის და მოპირდაპირე წიბოს D წერტილში გადაკვეთს. იპოვეთ კვეთის ფართობი.

7. მართ პრიზმას ფუძეში აქვს ABCD ტოლფერდა ტრაპეცია, რომლის დიაგონალი AC=$\sqrt{7}$ სმ. C წვეროდან AD დიდ ფუძეზე დაშვებულია CE სიმაღლე, ხოლო AD=3 სმ, და AE=CD. პრიზმის ქვედა ფუძის AD გვერდზე და ზედა ფუძის მის მოპირდაპირე B_1C_1 წიბოზე გავლებულია სიბრტყე, რომელიც ფუძის სიბრტყისადმი დახრილია 30°-იანი კუთხით. იპოვეთ მიღებული კვეთის ფართობი.

8. მართი პრიზმის ფუძე მართკუთხა სამკუთხედია, რომლის კათეტებია 3 სმ და 6 სმ. პრიზმა გადაკვეთილია სიბრტყით, რომელიც გადის ფუძის
ა)* პატარა კათეტზე;
ბ) დიდ კათეტზე და ფუძის სიბრტყესთან 60°-იან კუთხეს ადგენს. იპოვეთ კვეთის ფართობი, თუ პრიზმის სიმაღლე 6 სმ-ია.

გ

10. რადიოაქტიური დაშლის შედეგად ნივთიერების რაოდენობა დღე-ღამეში ორჯერ მცირდება.
ა) რამდენჯერ შემცირდება რადიოაქტიური ნივთიერების მასა 3 დღე-ღამის; 4 დღე-ღამის შემდეგ?
ბ) რამდენი დღის შემდეგ შემცირდება თავდაპირველი მასა 3-ჯერ?

11. იპოვეთ გამოსახულების მნიშვნელობა:
ა) {[12,3]}; ბ) [{12,3}]; გ) [{-25,7}]; დ) {[-9;3]}.

12. ამოხსენით განტოლება:
ა) [x-0,36]=[2,4]; ბ) {1,62+x}=0,65; გ) [1,7+x]=[-8,2]; დ) {0,57+x}=0,57.

13. ააგეთ ფუნქციის გრაფიკი
ა) y=[x]+{x}; ბ) y= [{x}] ; გ) y={[x]}.

[a] - a რიცხვის მთელი ნაწილი;

{ a } = a - [a] - a რიცხვის წილადი ნაწილი;

14. დაამტკიცეთ იგივეობა:

$$\frac{\cos\alpha\,\mathrm{ctg}\alpha-\sin\alpha\,\mathrm{tg}\alpha}{(\sin\alpha+\cos\alpha)^2-\sin\alpha\cos\alpha}=\frac{1}{\sin\alpha}-\frac{1}{\cos\alpha}.$$

15. ცნობილია, რომ $ctg\alpha = -2$. იპოვეთ:

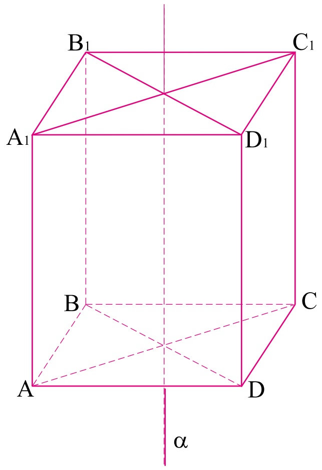
ა) $\dfrac{2\sin\alpha+3\cos\alpha}{5\sin\alpha-\cos\alpha}$; ბ) $\dfrac{2\cos^2\alpha-7\sin^2\alpha}{3\cos^2\alpha+4\sin\alpha\cos\alpha}$.

16.* იპოვეთ გამოსახულების უდიდესი და უმცირესი მნიშვნელობა:
ა) $\sin\alpha+\cos\alpha$; ბ) $\sqrt{3}\sin\alpha+\cos\alpha$; გ) $\sin\alpha-\sqrt{3}\cos\alpha$.

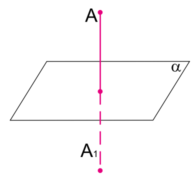
ორ ნაკვთს სიმეტრიული ეწოდება □ სიბრტყის მიმართ თუ ერთი ნაკვთის ყოველ A წერტილს შეესაბამება მეორე ნაკვთის A' წერტილი, ისე, რომ AA' ⊥□ სიბრტყისა და იგი □ სიბრტყესთან გადაკვეთის წერტილით შუაზე იყოფა

ამოცანა დამოუკიდებელი კვლევისთვის:

1. აჩვენეთ, რომ ა) დიაგონალების გადაკვეთის წერტილი კუბისთვის სიმეტრიის ცენტრია. ბ) a წრფე კუბის სიმეტრიის ღერძია (ნახ. 1). გ) რამდენი სიმეტრიის ღერძი აქვს კუბს? დ) დათვალეთ რამდენი სიმეტრიის სიბრტყე აქვს კუბს?



2. გაეცით 1-ელ ამოცანაში დასმულ შეკითხვებს პასუხი მართკუთხა პარალელეპიპედისთვის.



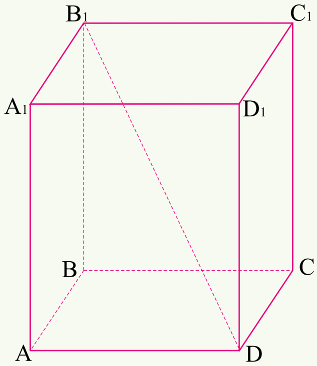
$AA_1 \perp$ □, $OA=OA_1$

A და A_1 წერტილები სიმეტრიულია □ სიბრტყის მიმართ

საგანი თავისივე გამოსახულების სიმეტრიულია სარკის სიბრტყის მიმართ

თუ F სხეულის სიმეტრიული სხეული □ სიბრტყის მიმართ ისევ F სხეულია, ვამბობთ, რომ □ სიბრტყე F სხეულის სიმეტრიის სიბრტყეა

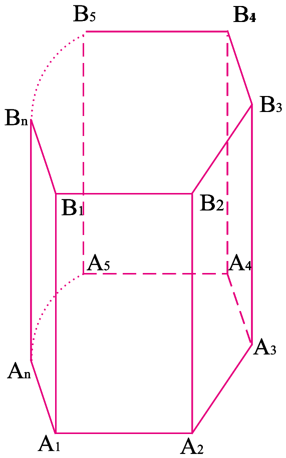
2 პრიზმის ზედაპირის ფართობი



1. მართი პარალელეპიპედის ფუძის გვერდები 3 სმ და 4 სმ-ია, მათ შორის კუთხე კი 60°-ია. პარალელეპიპედის მცირე დიაგონალი ფუძის სიბრტყესთან 45°-იან კუთხეს ადგენს. იპოვეთ პარალელეპიპედის ზედაპირის ფართობი.

პრიზმის ზედაპირი ეწოდება პრიზმის ყველა წახნაგის ფართობთა ჯამს

პრიზმის გვერდითი ზედაპირი (გვერდითი ზედაპირის ფართობი) მისი ყველა გვერდითი წახნაგის ფართობთა ჯამია



გამოვთვალოთ მართი n კუთხა პრიზმის გვერდითი ზედაპირის ფართობი. $A_1B_1 \equiv H$

$$S_{გვ} = S_{A_1A_2B_2B_1} + S_{A_2A_3B_3B_2} + \cdots + S_{A_1A_nB_nB_1} =$$

$$= A_1A_2 \cdot H + A_2A_3 \cdot H + \cdots + A_1A_n \cdot H =$$

$$= H\,(A_1A_2 + A_2A_3 + \cdots + A_1A_n) = P_{ფ} \cdot H$$

მართი პრიზმის გვერდითი ზედაპირი ფუძის პერიმეტრისა და გვერდითი წიბოს (პრიზმის სიმაღლის) ნამრავლის ტოლია.

$$S_{გვ} = P_{ფ} \cdot H \qquad S_{ზ} = S_{გვ} + 2S_{ფ}$$

სავარჯიშოები:

1. იპოვეთ კუბის სრული ზედაპირი, თუ მისი დიაგონალი 27 სმ-ია.

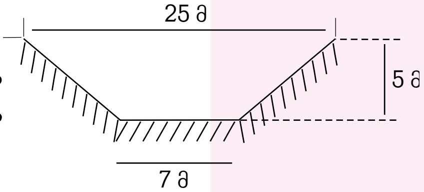
2. იპოვეთ (1 სმ²-ის სიზუსტით) კუბის დიაგონალური კვეთის ფართობი, თუ მისი ზედაპირის ფართობი 72 დმ²-ია.

3. იპოვეთ მართკუთხა პარალელეპიპედის სრული ზედაპირი (1 დმ²-ის სიზუსტით), თუ პარალელეპიპედის ფუძე რომბია 12სმ-ისა და 14-სმ-ის ტოლი დიაგონალებით, ხოლო პარალელეპიპედის სიმაღლე 6 დმ-ია.

4. მართკუთხა პარალელეპიპედის განზომილებები ისე შეეფარდება ერთმანეთს, როგორც 1:2:3. სრული ზედაპირი კი 352 სმ²-ია. იპოვეთ პარალელეპიპედის განზომილებები.

5. წესიერი სამკუთხა პრიზმის გვერდითი ზედაპირი 4320 დმ^2-ია. გვერდითი წახნაგის დიაგონალი კი 82 დმ. იპოვეთ პრიზმის სიმაღლე.

6. ნახაზზე გამოსახულია არხის განივი კვეთი. მისი ფუძე და კედლები ჩაბეტონებულია. რა ფართობი უჭირავს ბეტონის საფარს არხის თითოეულ კილომეტრზე?



7. რამდენი რულონი შპალერი იქნება საჭირო 6მ×3მ×5მ ზომის ოთახისთვის, თუ ერთი რულონის ზომაა 0,5მ×7მ და ნარჩენებისთვის საკმარისია გვქონდეს ფანჯრებისა და კარების ფართობის ტოლი შპალერი.

8. მართი პარალელეპიპედის ფუძის გვერდები 2 სმ და $3\sqrt{2}$ სმ-ია. მათ შორის კუთხე კი 45°. პრიზმის მცირე დიაგონალი $\sqrt{19}$ სმ-ის ტოლია. იპოვეთ პარალელეპიპედის გვერდითი ზედაპირი, სრული ზედაპირი.

9. მართი პარალელეპიპედის ფუძე რომბია, მისი დიაგონალური კვეთის ფართობებია 20 მ^2 და 15 მ^2. იპოვეთ პარალელეპიპედის გვერდითი ზედაპირის ფართობი.

10. წესიერი სამკუთხა პრიზმის ფუძის გვერდსა და მოპირდაპირე წიბოს შუაწერტილზე გავლებული სიბრტყე ფუძის სიბრტყესთან 60°-იან ორწახნაგა კუთხეს ქმნის. იპოვეთ პრიზმის გვერდითი ზედაპირის ფართობი, თუ პრიზმის ფუძის გვერდის სიგრძე 3 სმ-ის ტოლია.

11. წესიერი ექვსკუთხა პრიზმის უდიდესი დიაგონალური კვეთის ფართობია 1 მ^2. იპოვეთ პრიზმის გვერდითი ზედაპირის ფართობი.

12. წესიერი ექვსკუთხა პრიზმის გვერდითი ზედაპირის ფართობია 288 სმ^2. გვერდითი წახნაგის დიაგონალია 10 სმ. იპოვეთ პრიზმის სიმაღლე, თუ ის ფუძის გვერდზე მეტია.

13. მართ პრიზმას ფუძეში აქვს ტოლფერდა ტრაპეცია. ტრაპეციის ფერდი მცირე ფუძის ტოლია. მისი მახვილი □ კუთხის კოსინუსი კი უდრის $\frac{5}{13}$. ტრაპეციის დიაგონალი 6 სმ-ს უდრის, პრიზმის დიაგონალი კი 10 სმ-ს. იპოვეთ პრიზმის გვერდითი ზედაპირის ფართობი.

14. მართ პრიზმას ფუძეში აქვს ტოლფერდა ტრაპეცია, რომლის მცირე ფუძე ფერდის ტოლია. ტრაპეციის დიაგონალი დიდ ფუძესთან ად გენს კუთხეს, რომლის სინუსიც უდრის $\frac{2}{\sqrt{13}}$-ს. ხოლო ამ დიგონალის გეგმილი დიდ ფუძეზე არის $\frac{18}{\sqrt{13}}$ სმ. პრიზმის დიაგონალის სიგრძეა 10 სმ. იპოვეთ პრიზმის გვერდითი ზედაპირის ფართობი.

15*. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ მართი პარალელეპიპედის ფუძე რომბია. რომბის გვერდი a-ს ტოლია, კუთხე კი 60°-ია. B_1D დიაგონალი გვერდით წახნაგთან ქმნის 45°-იან კუთხეს. იპოვეთ სრული ზედაპირის ფართობი.

16. მართი $ABCDA_1B_1C_1D_1$ პარალელეპიპედის ფუძე რომბია. რომლის გვერდი a-ს ტოლია, ხოლო $\angle BAD=45^\circ$. A_1D წრფე AA_1B_1B წახნაგისადმი 30°-იანი კუთხითაა დახრილი. იპოვეთ პარალელეპიპედის სრული ზედაპირის ფართობი.

გ

17. მათემატიკური ინდუქციის მეთოდით დაამტკიცეთ, რომ:

ა) $1\cdot 4+2\cdot 7+3\cdot 10+\cdots+n(3n+1)=n(n+1)^2$;

ბ) $\frac{0}{1!}+\frac{1}{2!}+\frac{2}{3!}+\cdots+\frac{n-1}{n!}=1-\frac{1}{n!}$.

18. გამოთვალეთ:

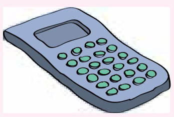
ა) $\left[4^{-\frac{1}{4}}+\left(\frac{1}{2^{-\frac{3}{2}}}\right)^{-\frac{4}{3}}\right]\left[4^{-0,25}-(2\sqrt{2})^{-\frac{4}{3}}\right]$;

ბ) $\frac{5}{4-\sqrt{11}}+\frac{1}{3+\sqrt{7}}-\frac{6}{\sqrt{7}-2}-\frac{\sqrt{7}-5}{2}$.

19*. დაამტკიცეთ რომ, თუ □, □ და □ სამკუთხედის შიგა კუთხეებია, სრულდება:

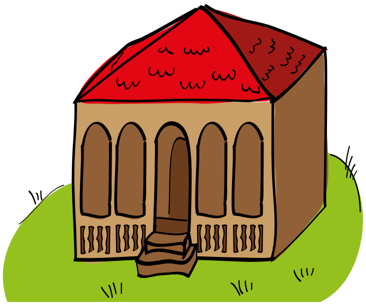
ა) $tg\alpha+tg\beta+tg\gamma=tg\alpha tg\beta tg\gamma$;

ბ) $ctg\alpha ctg\beta+ctg\beta ctg\gamma+ctg\alpha ctg\gamma=1$.



20. ა) აკრიფეთ მიკროკალკულატორზე რაიმე რიცხვი, იპოვეთ მისი სინუსი, იპოვეთ მიღებული რიცხვის სინუსი და ა.შ. რაღაც ეტაპზე შეამჩნევთ, რომ მიღებულ რიცხვთა სინუსების მნიშვნელობები აღარ იცვლება. აჩვენეთ რომელი მიღებული მნიშვნელობიდან აღარ იცვლება სინუსის მნიშვნელობა? რატომ?
ბ) იგივე გამოთვლები ჩაატარეთ კოსინუსზეც.

3 პირამიდის ზედაპირის ფართობი



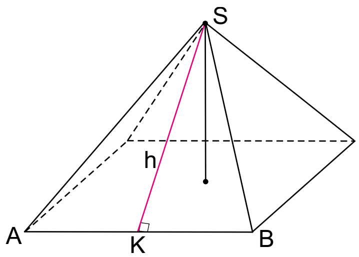
1. შენობა, რომლის სახურავს წესიერი ოთხკუთხა პირამიდის ფორმა აქვს, თუნუქით უნდა გადაიხუროს. პირამიდის ფუძის ფართობი 100 $м^2$-ია, ხოლო ამ პირამიდის გვერდითი წახნაგი ფუძის სიბრტყესთან 25°-იან კუთხეს ადგენს ($tg25^\circ \approx \frac{1}{2}$). იპოვეთ სახურავის გადახურვისათვის გამოყენებული თუნუქის ფართობი.

- რას ეწოდება პირამიდა?
- რამდენი წახნაგი, წიბო, წვერო აქვს n-კუთხა პირამიდას?

გავიხსენოთ!
პირამიდას, რომლის ფუძე წესიერი მრავალკუთხედია და სიმაღლე გეგმილდება ფუძის ცენტრში, წესიერი პირამიდა ეწოდება!

გამოვთვალოთ წესიერი n-კუთხა პირამიდის გვერდითი ზედაპირის ფართობი.

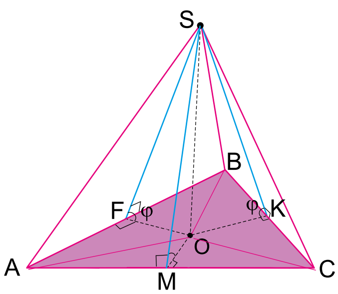
$$S_{გვ} = n \cdot S_{\Delta ABS} = \frac{1}{2}h \cdot AB \cdot n = \frac{1}{2}P_ფ h$$



წესიერი პირამიდის გვერდითი ზედაპირი ფუძის ნახევარ პერიმეტრისა და აპოთემის ნამრავლის ტოლია

$$S_{გვ} = \frac{1}{2}P_ფ h \qquad S_ზ = S_{გვ} + S_ფ$$

სადაც $P_ფ$ ფუძის პერიმეტრია, h — აპოთემა.



ნახ. 1

გამოვთვალოთ ისეთი პირამიდის ზედაპირის ფართობი, რომლის ფუძის ყოველ გვერდთან შექმნილი ორწახნაგა კუთხე □–ს ტოლია. მაგალითისთვის განვიხილოთ SABC სამკუთხა პირამიდა.
SO⊥(ABC) (ნახ. 1[1)]), დავუშვათ, SM⊥AC, SF⊥AB, SK⊥BC. სამი მართობის თეორემის თანახმად OF⊥AB, OK⊥BC, OM⊥AC ე.ი. ∠SFO=∠SKO=∠SMO=□.
ΔASB–ს გეგმილი ფუძის სიბრტყეზე არის ΔAOB;
ΔSBC–ს გეგმილი იქნება —ΔBOC. ΔASC–ს გეგმილი კი ΔAOC-ა.

1) მოცემულ ამოცანაში საზოგადოდ O პირამიდის ფუძეში ჩახაზული წრეწირის ცენტრია, ე.ი. შიგა წერტილია. გამონაკლისია სამკუთხა პირამიდა, სადაც O შესაძლებელია აღმოჩნდეს გარე ჩახაზული წრეწირის ცენტრი.